1.- La función $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ no está definida para x = 0. Define f(0) de modo que f(x) sea una función continua en ese punto.

2.- Estudia la continuidad de la siguiente función:

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt[3]{x-2} & si \quad x\geq 2\\ x(x-2) & si \quad x<2\end{cases}$$

3.- Halla el valor de los parámetros para que las siguientes funciones sean continuas en todo su dominio:

a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{6-x}{2} & si \quad x<2\\ x^2+kx & si \quad x\geq 2\end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases}x^2-4x+3 & si \quad x<0\\ \dfrac{x^2+a}{x+1} & si \quad x\geq 0\end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases}5+2\sin x & si \quad x\leq 0\\ -x^2+ax+b & si \quad x>0\end{cases}$

d) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{ax}-1}{1+e} & si \quad x\neq 0\\ b & si \quad x=0\end{cases}$

4.- Comprueba que las siguientes funciones cortan al eje X en al menos un punto e indica un intervalo de extremos de números enteros consecutivos al cual pertenezca dicho punto:

a) $f(x)=2x^4-x^3+x^2-1$

b) $f(x)=\cos x-x+1$

c) $f(x)=xe^x-x-16$

d) $f(x)=x^3+x^2-\cos\pi x+2$

5.- Comprueba que las siguientes funciones toman el valor M indicado en algún punto del intervalo propuesto:

a) $f(x)=x^5-x^3-x+5$; M = -1 en (-2, -1)

b) $f(x)=xe^x+3$; M = $\dfrac{3}{2}$ en (-1, 0)

c) $f(x)=\sin x-\cos x+2$; M = 3 en (1, 2)

6.- Sea $f(x)=2-x+\ln x$ con $x\in(0,\infty)$. Prueba que existe un punto $c\in\left(\dfrac{1}{e^2},1\right)$ tal que f(c)=0.

7.- Demuestra que existe al menos un número real x para el que se verifica $\sin x=x-2$

8.- Determinar si el polinomio x^4-4x^2-1 tiene alguna raíz real negativa.

9.- Se considera la ecuación $x^3 + x^2 + mx - 6 = 0$. Utilizando el teorema de Bolzano, demuestra:
a) Si m > -3 entonces la ecuación tiene al menos una solución real menor que 2.
b) Si m < -3 entonces la ecuación tiene al menos una solución real mayor que 2.

10.- Prueba que la ecuación $\cos x = x$ tiene una solución positiva.

11.- ¿Puede asegurarse, utilizando el teorema de Bolzano, que la función $f(x) = tgx$ tiene una raíz en el intervalo $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$? Razona la respuesta.

12.- Calcula, con un error menor que una décima, una raíz positiva del polinomio $x^3 + x - 1$

13.- Demuestra que las funciones $f(x) = e^x$ y $g(x) = \frac{1}{x}$ se cortan en un punto x > 0.

14.- ¿Es aplicable el teorema de Bolzano a la función $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x^3 - 2x - 7}$ en [2, 4]? Justifica la respuesta. ¿Se puede asegurar que la función corta al eje de abcisas en algún punto o, por el contrario, que no lo corta en ningún punto?

15.- Justifica que la ecuación $x^3 + x - 5 = 0$ tiene al menos una solución en el intervalo [1, 2]. Calcula con un error menor que 0.1 la solución de la ecuación anterior.